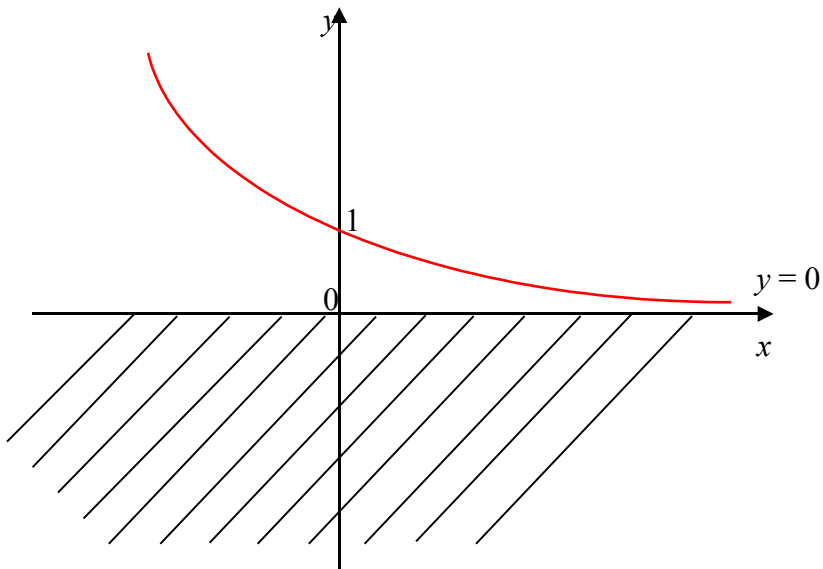


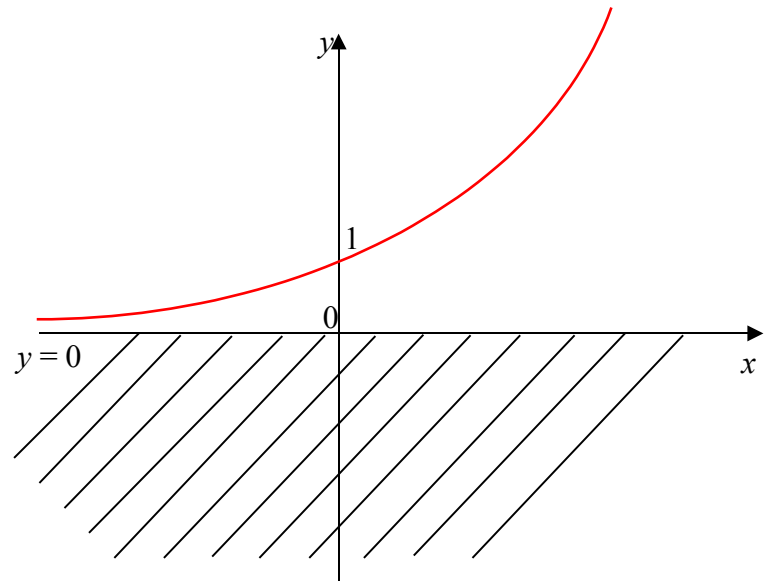
ESPONENZIALI

$$y = a^x$$

$$0 < a < 1$$



$$a > 1$$



Esempio 1

$$y = e^{x^2-1}$$



1) Determinazione del campo di esistenza (C.E.)

$$C.E. = \mathbb{R} = \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x < +\infty\}$$

L'esponenziale è definita su tutto $\mathbb{R}$



**il suo campo di esistenza coincide con quello
del suo esponente che, nel caso specifico, è un
polinomio definito su tutto $\mathbb{R}$**

$$y = e^{x^2-1}$$



1) Studio del segno della funzione

$$y > 0 \Leftrightarrow e^{x^2-1} > 0$$



**l'esponenziale è
sempre positiva**

+++++

$$y > 0$$

$$y = e^{x^2-1}$$



1) Intersezioni con gli assi

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{x^2-1} \end{cases}$$



**intersezione con l'asse y ,
ovvero con la retta $x = 0$**

$$\begin{cases} y = 0 \\ 0 = e^{x^2-1} \end{cases}$$



**intersezione con l'asse x ,
ovvero con la retta $y = 0$**

$$y = e^{x^2-1}$$



$$\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{x^2-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = e^{-1} = \frac{1}{e} \end{cases} \Rightarrow A = \left(0, \frac{1}{e}\right) \text{ intersezione con l'asse } y$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ 0 = e^{x^2-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ \text{mai} \end{cases} \text{ non esistono intersezioni con l'asse } x$$

$$y = e^{x^2-1}$$



1) Limiti agli estremi del *C.E.*

$$C.E. = \mathbb{R} = \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x < +\infty\}$$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^{x^2-1} \right) = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2-1)} = e^{+\infty} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(e^{x^2-1} \right) = e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2-1)} = e^{+\infty} = +\infty$$

$$y = e^{x^2-1}$$



1) Calcolo della derivata prima

$$D\left[e^{f(x)}\right] = e^{f(x)} \cdot D\left[f(x)\right]$$



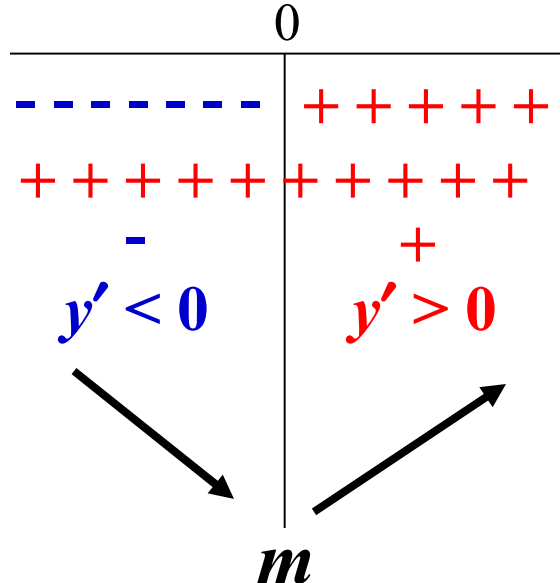
$$y' = D\left[e^{x^2-1}\right] = e^{x^2-1} \cdot D\left(x^2 - 1\right) = e^{x^2-1} \cdot (2x) = 2x \cdot e^{x^2-1}$$

$$y = e^{x^2-1}$$



1) Studio del segno della derivata prima

$$y' > 0 \Leftrightarrow 2x \cdot e^{x^2-1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 0 \\ e^{x^2-1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \text{sempre (è un'esponenziale)} \end{cases}$$



$$y = e^{x^2-1}$$



$x = 0$ **è un *minimo* per la funzione**



$$x = 0 \Rightarrow y = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

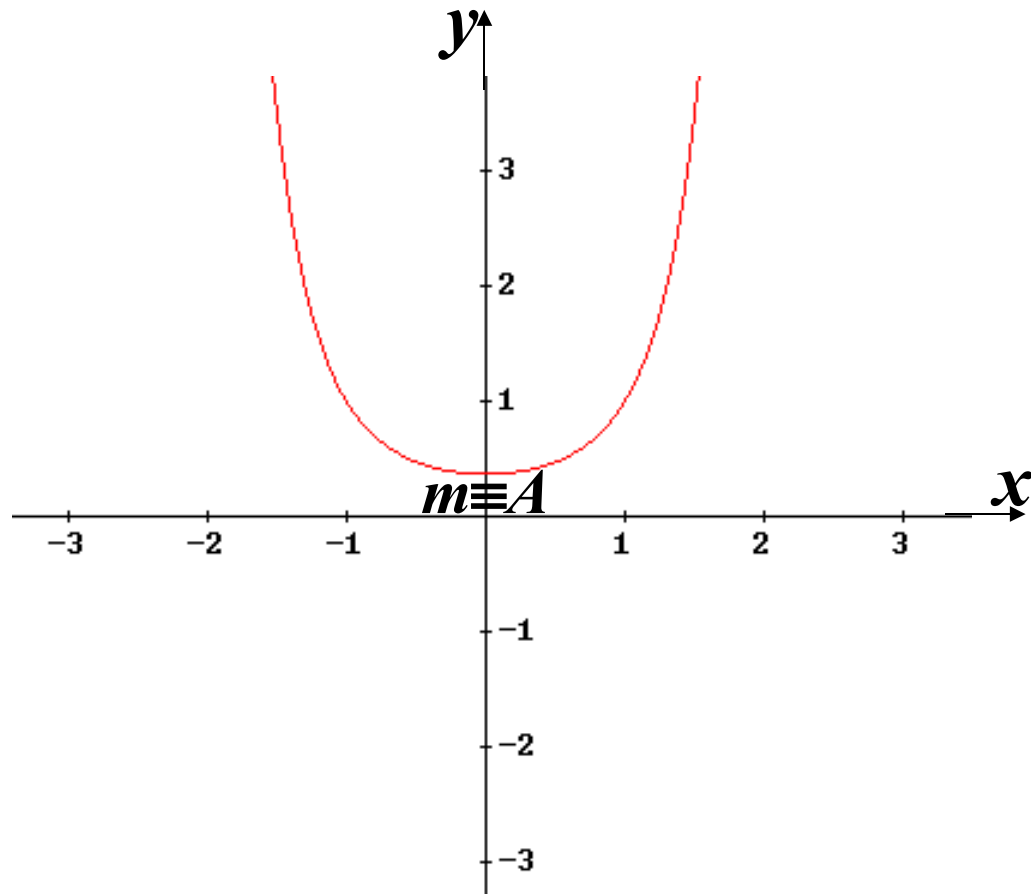


$m = \left(0, \frac{1}{e} \right) \equiv A$ **è un *punto di minimo* per la funzione**

$$y = e^{x^2-1}$$



1) Grafico della funzione



Esempio 2

$$y = e^{x^3+1}$$



1) Determinazione del campo di esistenza (C.E.)

$$C.E. = \mathbb{R} = \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x < +\infty\}$$

L'esponenziale è definita su tutto $\mathbb{R}$



**il suo campo di esistenza coincide con quello
del suo esponente che, nel caso specifico, è un
polinomio definito su tutto $\mathbb{R}$**

$$y = e^{x^3+1}$$



1) Studio del segno della funzione

$$y > 0 \Leftrightarrow e^{x^3+1} > 0$$



**l'esponenziale è
sempre positiva**

+++++

$$y > 0$$

$$y = e^{x^3+1}$$



1) Intersezioni con gli assi

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{x^3+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = e^1 = e \end{cases} \Rightarrow A = (0, e) \quad \text{intersezione con l'asse } y$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ 0 = e^{x^3+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ \text{mai} \end{cases} \quad \text{non esistono intersezioni con l'asse } x$$

$$y = e^{x^3+1}$$



1) Limiti agli estremi del C.E.

$$C.E. = \mathbb{R} = \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x < +\infty\}$$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^{x^3+1} \right) = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3+1)} = e^{+\infty} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(e^{x^3+1} \right) = e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3+1)} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = 0 \quad \longrightarrow \quad y = 0 \text{ A.O. sinistro}$$

$$y = e^{x^3+1}$$



1) Calcolo della derivata prima

$$y' = D\left[e^{x^3+1}\right] = e^{x^3+1} \cdot D(x^3 + 1) = e^{x^3+1} \cdot (3x^2) = 3x^2 \cdot e^{x^3+1}$$

$$y = e^{x^3+1}$$



1) Studio del segno della derivata prima

$$y' > 0 \Leftrightarrow 3x^2 \cdot e^{x^3+1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 > 0 \\ e^{x^3+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 0 \\ \text{sempre (è un'esponenziale)} \end{cases} \Leftrightarrow$$

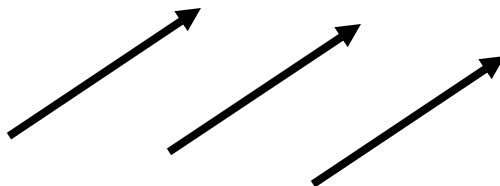
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{sempre (è un quadrato)} \\ \text{sempre} \end{cases}$$

+++++

+++++

+

$y' > 0$

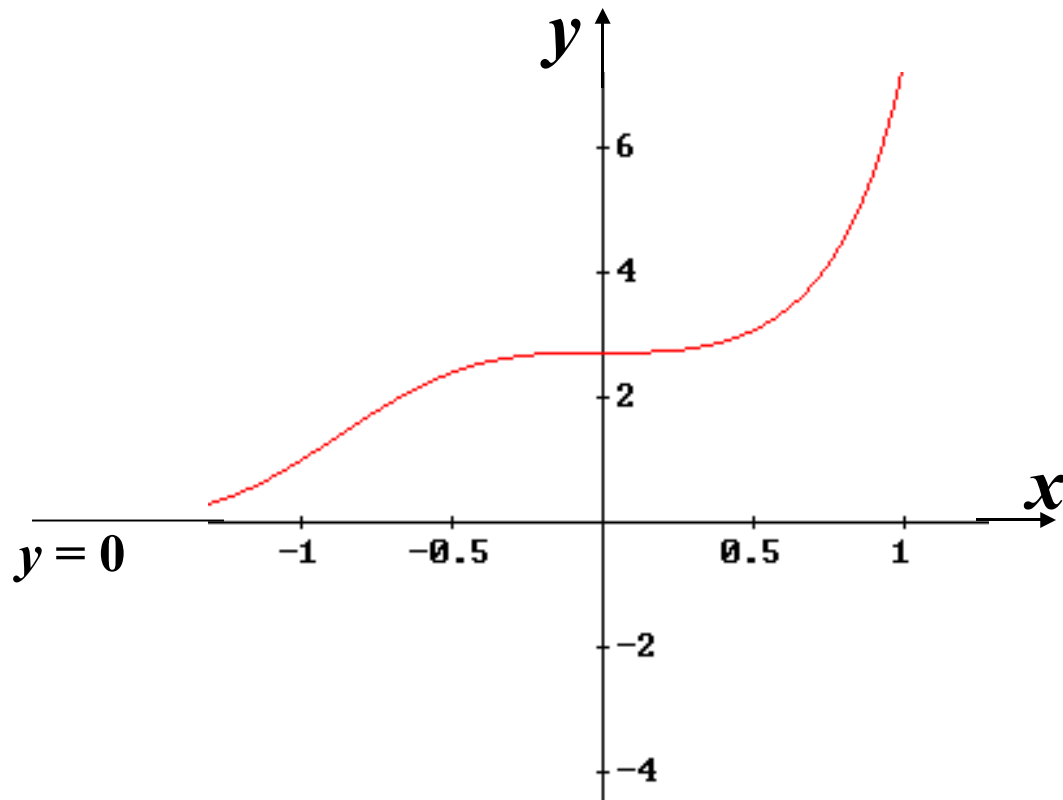


**la funzione è sempre crescente
non ha né massimi né minimi**

$$y = e^{x^3+1}$$



1) Grafico della funzione



Esempio 3

$$y = e^{\frac{x}{x+1}}$$



1) Determinazione del campo di esistenza (C.E.)

$$C.E. = \{ x \in \mathbb{R} : x + 1 \neq 0 \} = \{ x \in \mathbb{R} : x \neq -1 \} = \{ x \in \mathbb{R} : -\infty < x < -1, -1 < x < +\infty \}$$



$$x = -1 \text{ A.V.}$$

**L'esponenziale è definita su tutto $\mathbb{R}$:
il suo campo di esistenza coincide con quello
del suo esponente che, nel caso specifico, è
una frazione per cui bisogna imporre il
denominatore diverso da zero**

$$y = e^{\frac{x}{x+1}}$$



1) Studio del segno della funzione

$$y > 0 \Leftrightarrow e^{\frac{x}{x+1}} > 0$$



**l'esponenziale è
sempre positiva**

+++++

$$**y > 0**$$

$$y = e^{\frac{x}{x+1}}$$



1) Intersezioni con gli assi

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{\frac{x}{x+1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = e^{\frac{0}{1}} = e^0 = 1 \end{cases} \Rightarrow A = (0,1) \text{ intersezione con l'asse } y$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ 0 = e^{\frac{x}{x+1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ \text{mai} \end{cases} \text{ non esistono intersezioni con l'asse } x$$

$$y = e^{\frac{x}{x+1}}$$



1) Limiti agli estremi del *C.E.*

$$C.E. = \{x \in \mathbb{R} : x + 1 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -1\} = \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x < -1, -1 < x < +\infty\}$$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^{\frac{x}{x+1}} \right) = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)} = e^1 = e \quad \longrightarrow \quad y = e \text{ A.O. destro}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(e^{\frac{x}{x+1}} \right) = e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)} = e^1 = e \quad \longrightarrow \quad y = e \text{ A.O. sinistro}$$

$$y = e^{\frac{x}{x+1}}$$



1) Calcolo della derivata prima

$$\begin{aligned} y' &= D \left[e^{\frac{x}{x+1}} \right] = e^{\frac{x}{x+1}} \cdot D \left(\frac{x}{x+1} \right) = e^{\frac{x}{x+1}} \cdot \left(\frac{1 \cdot (x+1) - x \cdot (1)}{(x+1)^2} \right) = \\ &= e^{\frac{x}{x+1}} \cdot \left(\frac{x+1-x}{(x+1)^2} \right) = e^{\frac{x}{x+1}} \cdot \frac{1}{(x+1)^2} \end{aligned}$$

$$y = e^{\frac{x}{x+1}}$$



1) Studio del segno della derivata prima

$$y' > 0 \Leftrightarrow e^{\frac{x}{x+1}} \cdot \frac{1}{(x+1)^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{(x+1)^2} > 0 \\ e^{\frac{x}{x+1}} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ (x+1)^2 > 0 \\ \text{sempre (è un'esponenziale)} \end{cases} \Leftrightarrow$$

+++++

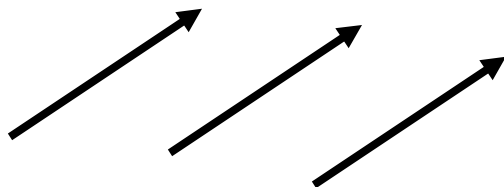
+++++

+++++

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{sempre} \\ \text{sempre (è un quadrato)} \\ \text{sempre (è un'esponenziale)} \end{cases}$$

+

$y' > 0$

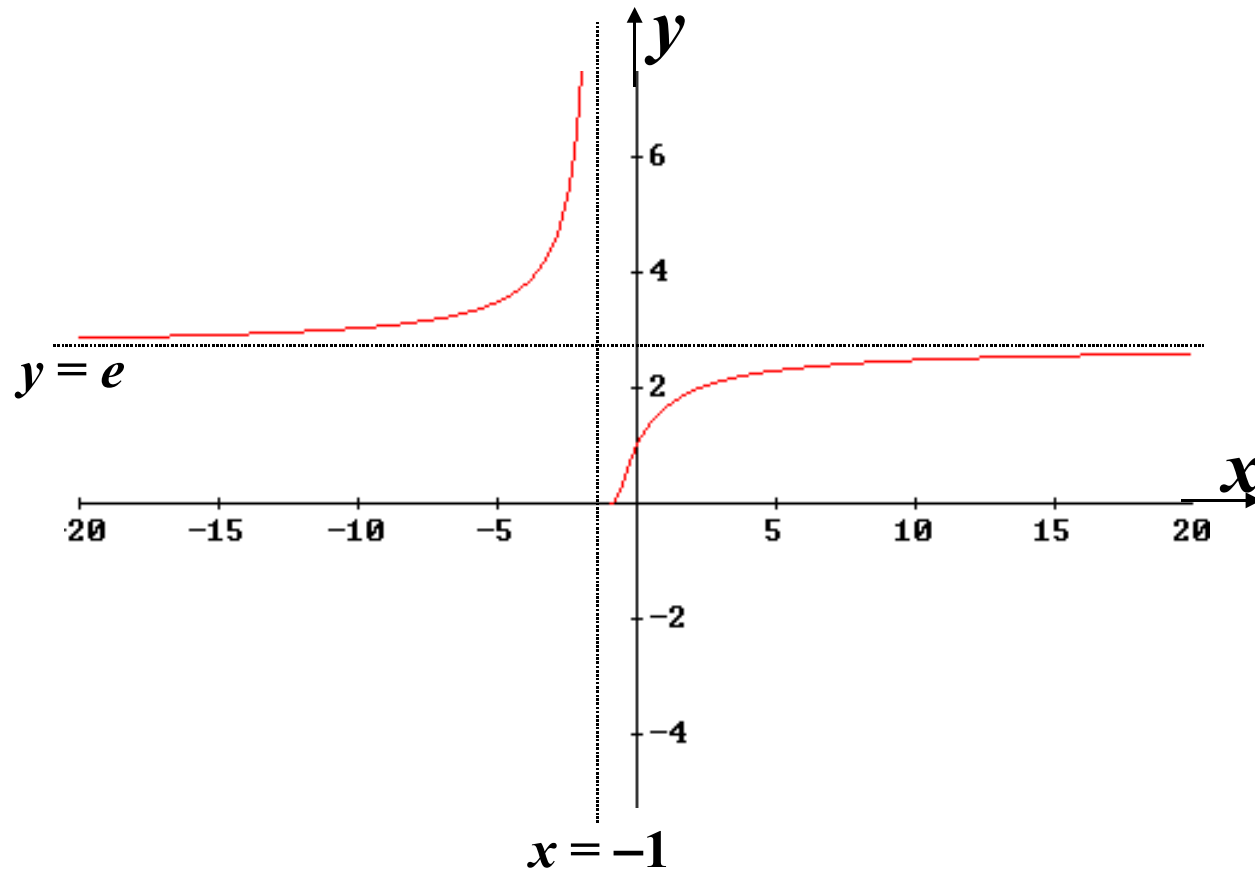


**la funzione è sempre crescente
non ha né massimi né minimi**

$$y = e^{\frac{x}{x+1}}$$



1) Grafico della funzione



Esempio 4

$$y = e^{\frac{x-1}{x^2}}$$



1) Determinazione del campo di esistenza (C.E.)

$$C.E. = \{ x \in \mathbb{R} : x^2 \neq 0 \} = \{ x \in \mathbb{R} : x \neq 0 \} = \{ x \in \mathbb{R} : -\infty < x < 0, 0 < x < +\infty \}$$



$x = 0$ non è detto che sia A.V.

**L'esponenziale è definita su tutto $\mathbb{R}$:
il suo campo di esistenza coincide con quello
del suo esponente che, nel caso specifico, è
una frazione per cui bisogna imporre il
denominatore diverso da zero**

$$y = e^{\frac{x-1}{x^2}}$$



1) Studio del segno della funzione

$$y > 0 \Leftrightarrow e^{\frac{x-1}{x^2}} > 0$$



**l'esponenziale è
sempre positiva**

+++++

$$y > 0$$

$$y = e^{\frac{x-1}{x^2}}$$



1) Intersezioni con gli assi

**In $x = 0$ la funzione non è definita:
non esistono, quindi, intersezioni con l'asse y**

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{\frac{x-1}{x^2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = e^{\frac{-1}{0}} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = 0 \end{cases} \Rightarrow A = (0,0) \quad \text{ma tale punto non esiste:} \\ \text{non ci sono, quindi, A.V.}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ 0 = e^{\frac{x-1}{x^2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ \text{mai} \end{cases} \quad \text{non esistono intersezioni con l'asse } x$$

$$y = e^{\frac{x-1}{x^2}}$$



1) Limiti agli estremi del C.E.

$$C.E. = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x < 0, 0 < x < +\infty\}$$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^{\frac{x-1}{x^2}} \right) = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x^2} \right)} = e^0 = 1 \quad \longrightarrow \quad y = 1 \text{ A.O. destro}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(e^{\frac{x-1}{x^2}} \right) = e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x-1}{x^2} \right)} = e^0 = 1 \quad \longrightarrow \quad y = 1 \text{ A.O. sinistro}$$

$$y = e^{\frac{x-1}{x^2}}$$



**verifichiamo se la funzione
interseca l'asintoto**

$$\begin{cases} y = 1 \\ y = e^{\frac{x-1}{x^2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ e^{\frac{x-1}{x^2}} = 1 \end{cases} \Rightarrow e^{\frac{x-1}{x^2}} = e^0 \Rightarrow \frac{x-1}{x^2} = 0 \Rightarrow x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$$



$$I = (1, 1)$$

$$y = e^{\frac{x-1}{x^2}}$$



1) Calcolo della derivata prima

$$\begin{aligned} y' &= D \left[e^{\frac{x-1}{x^2}} \right] = e^{\frac{x-1}{x^2}} \cdot D \left(\frac{x-1}{x^2} \right) = e^{\frac{x-1}{x^2}} \cdot \left(\frac{1 \cdot (x^2) - (x-1) \cdot (2x)}{(x^2)^2} \right) = \\ &= e^{\frac{x-1}{x^2}} \cdot \left(\frac{x^2 - 2x^2 + 2x}{(x^2)^2} \right) = e^{\frac{x-1}{x^2}} \cdot \left(\frac{-x^2 + 2x}{(x^2)^2} \right) \end{aligned}$$

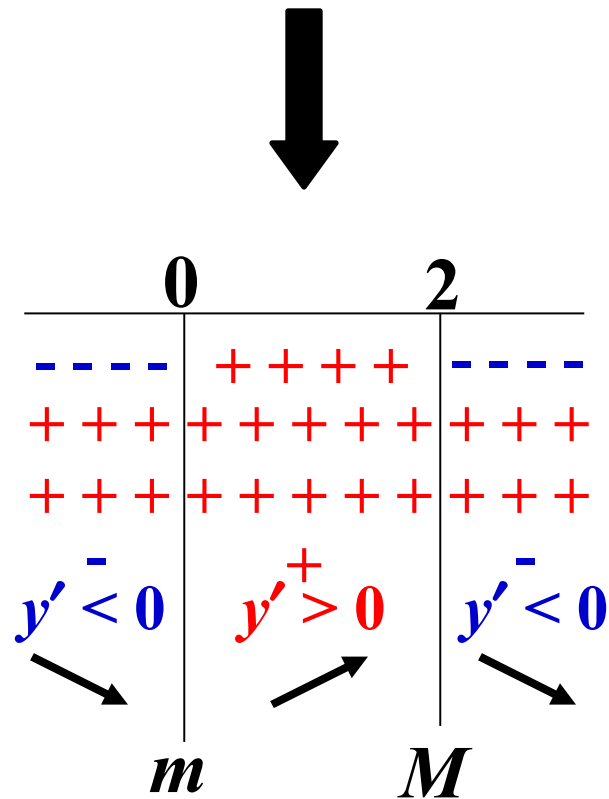
$$y = e^{\frac{x-1}{x^2}}$$



1) Studio del segno della derivata prima

$$y' > 0 \Leftrightarrow e^{\frac{x-1}{x^2}} \cdot \left(\frac{-x^2 + 2x}{(x^2)^2} \right) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-x^2 + 2x}{(x^2)^2} > 0 \\ e^{\frac{x-1}{x^2}} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 2x > 0 \\ (x^2)^2 > 0 \\ \text{sempre (è un'esponenziale)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x < 0 \\ \text{sempre (è un quadrato)} \\ \text{sempre (è un'esponenziale)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-2) < 0 \\ \text{sempre} \\ \text{sempre} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ \text{sempre} \\ \text{sempre} \end{cases}$$



**in $x = 0$ la funzione non è definita:
il minimo, cioè, non esiste**

$$y = e^{\frac{x-1}{x^2}}$$



$x = 2$ è un *Massimo* per la funzione



$$x = 2 \Rightarrow y = e^{\frac{2-1}{(2)^2}} \Rightarrow y = e^{\frac{1}{4}} \cong 1,28$$



$$M = \left(2, e^{\frac{1}{4}} \right)$$

punto di Massimo

$$y = e^{\frac{x-1}{x^2}}$$



1) Grafico della funzione

